

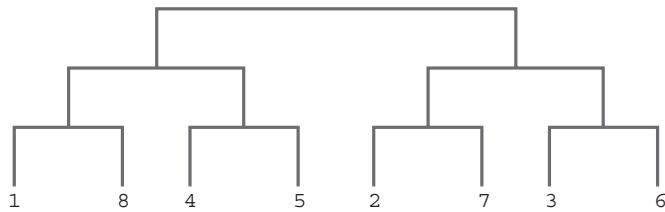
대진표 작성하기

문제

여러 종류의 스포츠 경기를 할 때는 토너먼트 방식과 리그 방식이 있다.

토너먼트 방식은 경기에 참가한 선수나 팀(이하 선수라 칭한다.)이 경기에서 패할 때마다 탈락하는 경기 방식이다. 참가 선수의 수가 2^n 명일 때, 한 선수가 우승을 하려면 n 번의 경기를 하게 되고 경기를 주관하는 주최측에서는 $2^n - 1$ 번의 경기를 치러야 한다. 토너먼트 방식에서 실력이 더 좋은 선수가 경기 초반전에 탈락하는 것을 막기 위하여 시드(seed) 배정을 하는 경우가 있다.

예를 들어, 참가 선수가 8명인 경우 {1위, 2위, 3위, 4위}, {5위, 6위, 7위, 8위}로 2등분하여 같은 묶음에 속해 있는 선수들끼리는 준준결승전에서는 경기를 하지 않으며 {1위, 2위}, {3위, 4위}, {5위, 6위}, {7위, 8위}로 4등분하여 같은 묶음에 속해 있는 선수들끼리는 준결승전에서 경기를 하지 않도록 대진표를 작성한다.



위의 시드 배정 방법을 알아보면

$$\begin{array}{cccc}
 1 & 4 & \rightarrow & 5 & 8 \\
 \downarrow & \uparrow & & \downarrow & \uparrow \\
 2 & \rightarrow & 3 & 6 & \rightarrow & 7
 \end{array}$$

의 방법으로 {1, 4, 5, 8}, {2, 3, 6, 7}로 분류하여 준결승전에 오르는 같은 조에 편성시키고

$$\begin{array}{cccc}
 1 & 8 & 2 & 7 \\
 \downarrow & \uparrow & \downarrow & \uparrow \\
 4 & \rightarrow & 5 & 3 & \rightarrow & 6
 \end{array}$$

의 방법으로 {1, 8}, {4, 5}, {2, 7}, {3, 6}으로 분류하여 준준결승전의 같은 조에 편성시키는 방법으로 대진표를 작성한 것이다.

리그 방식은 모든 선수들이 서로 한 번씩 경기를 하는 방식이다. 리그 방식으로 치러진 경기의 결과를 도표로 나타낼 수 있다.

예를 들어, 다음 표와 같이 참가 선수가 A, B, C, D인 경우에 행과 열이 교차하는 곳에 행의 선수가 열의 선수를 이겼을 때는 ○표, 졌을 때는 ×표를 하여 경기의 결과를 나타낼 수 있다.

	A	B	C	D	경기 결과
A		○	×	○	2승 1패
B	×		○	×	1승 2패
C	○	×		×	1승 2패
D	×	○	○		2승 1패

이 방식에서 참가 선수가 n 명일 때, 경기를 주관하는 주최측에서는 $\frac{n(n-1)}{2}$ 번의 경기를 치러야 한다.

참가 선수가 많은 경우에 한정된 일정 내에 대회를 치르려면 토너먼트 방식이 바람직하며, 참가 선수가 많지 않거나 일정에 여유가 있으면 리그 방식으로 대회를 치르는 것이 바람직하다. 그러나 최근에는 이 두 방식의 장점을 도입한 혼합 방식으로 대회를 운영하는 경우도 있다.

1

토너먼트 방식에서 참가 선수가 2^n 명일 때, 한 선수가 우승하려면 n 번의 경기를 해야 하고, 주최측에서는 $2^n - 1$ 번의 경기를 치러야 하는 이유를 설명하여라.

2

전년도 성적이 1위부터 16위까지인 선수 16명이 금년에 토너먼트 방식으로 경기를 할 때, 시드 배정한 대진표를 하나 작성해 보아라.

